

Tratamento generalizado dos interferômetros de Fabry-Perot: inclusão de mudanças de fase na reflexão e transmissão

Generalized treatment of Fabry-Perot interferometers: including phase shifts in reflection and transmission

Caio C.R. Lima¹, Iago F. de Moraes¹, Vinicius J. Martinez¹, Emanuel A.L. Henn^{*1}

¹Universidade de São Paulo, Instituto de Física de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.

Recebido em 09 de dezembro de 2024. Revisado em 14 de março de 2025. Aceito em 14 de abril de 2025.

Este trabalho discute o tratamento tradicional de interferômetros de Fabry-Perot, analisando a validade das suposições implícitas e explícitas frequentemente feitas que levam à interpretação errônea de que interferômetros de Fabry-Perot são referências absolutas de frequência. Discutimos também o tratamento generalizado desses interferômetros, evitando as suposições simplificadoras comuns, com foco na fase adicionada ao campo elétrico pela reflexão. Calculamos quantidades importantes, como a amplitude do campo elétrico dentro da cavidade em função da frequência, frequências de ressonância, faixa espectral livre e finesse. Mostramos que, ao incluir mudanças de fase na transmissão e na reflexão, as frequências de ressonância são deslocadas, mas a faixa espectral livre da cavidade e a finesse não são modificadas.

Palavras-Chave: Interferômetros, Fabry-Perot, Padrão de frequência.

This work discusses the traditional treatment of Fabry-Perot interferometers, analyzing the validity of the implicit and explicit assumptions often made, which lead to the misinterpretation that Fabry-Perot interferometers are absolute frequency references. We further present a generalized treatment, avoiding standard simplifying assumptions, with particular emphasis on the phase shifts introduced in the electric field upon reflection. We calculate important quantities, such as the amplitude of the electric field inside the cavity as a function of frequency, resonance frequencies, free spectral range, and finesse. We show that, by including phase shifts in transmission and reflection, the resonance frequencies are shifted, but the cavity's free spectral range and finesse remain unchanged.

Keywords: Interferometers, Fabry-Perot, Frequency standard.

1. Introdução

Osciladores e ressonadores são amplamente utilizados em inúmeros contextos. Diapasões oscilam com um tom quase puro, servindo como referência calibrada para afinar instrumentos musicais; circuitos elétricos, tão simples quanto um resistor-indutor-capacitor (RLC) em série, podem oscilar com uma frequência específica, atenuando fortemente componentes distantes da ressonância; pêndulos oscilantes, seguidos por cristais de quartzo excitados eletricamente, serviram como as bases de tempo mais comuns para relógios por mais de um século.

Enquanto os ressonadores mecânicos e elétricos simples mencionados acima exibem uma única frequência ressonante, não é incomum que sistemas ressonantes possuam vários modos ressonantes, que podem ser excitados individualmente ou coletivamente por um oscilador externo.

Ressonadores para campos eletromagnéticos são de imensa importância, já que gerar ondas eletromagnéticas altamente monocromáticas e com frequência estabilizada é uma tarefa essencial em muitos campos científicos e aplicações tecnológicas [1–6]. Por exemplo, lasers são baseados na combinação de um meio ativo de ganho com um ressonador óptico [7].

Cavidades ópticas são ressonadores para radiação eletromagnética. Em geral, uma cavidade óptica é composta por espelhos para (re)ciclar a luz em muitos percursos ao longo da cavidade. As ondas que circulam interferem entre si enquanto se propagam repetidamente ao longo do comprimento da cavidade. As frequências ressonantes são determinadas pelas ondas que satisfazem as condições de interferência construtiva, ou seja, que têm a mesma fase após uma ou mais voltas ao longo da cavidade. Tais condições são tão mais restritas quanto mais vezes a onda eletromagnética circula na cavidade.

O ressonador óptico mais simples é o interferômetro de Fabry-Perot (FP) [8, 9], nomeado em homenagem a Charles Fabry e Alfred Perot, que originalmente utilizaram o interferômetro para medir comprimentos ou

*Endereço de correspondência: ehenn@ifsc.usp.br
Editor-Chefe: Marcello Ferreira

diferenças de comprimento com altíssima precisão. Este interferômetro é composto por apenas dois espelhos posicionados frente a frente e separados por uma distância L . De uma maneira simples, nesse interferômetro, ondas eletromagnéticas atingem um dos espelhos pela sua face externa, sendo parcialmente transmitidas e parcialmente refletidas. A luz transmitida propaga-se até o segundo espelho onde novamente é parcialmente transmitida e refletida de volta. A onda passa então a se propagar entre os espelhos para frente e para trás, sendo refletida múltiplas vezes. Todas as ondas que se propagam entre os espelhos se somam. Essa soma de muitas ondas, costumeiramente denominada interferência, dá um resultado nulo para a maioria das ondas, de forma que nessas condições, não há, efetivamente, energia dentro do interferômetro. As ondas simplesmente se anulam mutuamente. Apenas para algumas frequências bem específicas, chamadas frequências ressonantes, a soma é não-nula, ou seja, a interferência é construtiva. Nesses casos, energia é efetivamente transmitida para a região entre os espelhos e, finalmente, transmitida pelo segundo espelho.

Devido ao seu princípio de funcionamento simples e configuração de baixa complexidade, os interferômetros de FP desempenham um papel didático importante em cursos introdutórios sobre cavidades ópticas. Alguns métodos fáceis e de baixo custo para montagem de tais cavidades foram relatados [4, 10–14], muitos dos quais com fins didáticos.

Os espelhos em uma cavidade de FP podem ser ambos planos, ambos convexos, ou um de cada tipo. A escolha das combinações de espelhos impõe restrições aos modos transversais da cavidade [15], que são os máximos de intensidade decorrentes do padrão da interferência ao longo de uma seção transversal da cavidade. Além disso, os modos transversais e longitudinais podem ser – e frequentemente são – tratados de forma independente, e ao longo deste trabalho focaremos apenas nos modos longitudinais, de forma que apenas a distância entre os espelhos é relevante e não o perfil de sua superfície.

Interferômetros de FP raramente permitem a determinação de frequências de ressonância *absolutas* na prática. Em vez disso, a separação de frequência entre modos consecutivos, definida como a faixa espectral livre (FSR), e a largura espectral de tais modos são as principais características procuradas ao se trabalhar com esses ressonadores.

O tratamento padrão de interferômetros de FP em trabalhos didáticos [16], livros especializados ou de revisão [17, 18] é feito com uma suposição implícita ao calcular a interferência entre feixes de luz dentro da cavidade: assume-se que a fase adquirida pela luz ao ser refletida em qualquer um dos espelhos é sempre exatamente a mesma nos dois espelhos, sendo identicamente zero ou π . Mas essa simplicidade, apesar de necessária para o contexto didático-educacional, toma tais possibilidades de valores como absolutos e imutáveis [19–22], o que está

longe de ser o caso mais geral para justificar o tratamento padrão, uma vez que a fase consequente da reflexão depende de alguns outros fatores que discutiremos com mais detalhes na seção III.

Atualmente, os espelhos em interferômetros de FP são fabricados com várias camadas de filmes dielétricos para ajustar a refletividade em intervalos específicos de comprimento de onda [23], geralmente visando refletividades muito altas. Dessa forma, não é razoável nem necessário imaginar dois espelhos idênticos, que imprimam exatamente a mesma fase em um feixe de luz na reflexão, e que essa fase possa assumir apenas dois valores muito específicos.

Nosso objetivo no presente trabalho é desenvolver explicitamente um tratamento mais generalizado de um ressonador de FP, com foco especial em eliminar essas “suposições ocultas”, ou seja, permitindo que a reflexão e a transmissão em cada espelho imprimam uma mudança de fase arbitrária na luz que viaja dentro da cavidade de FP. Esta abordagem é especificamente voltada para um estudante iniciante de graduação, aprendendo sobre ressonadores ópticos em mais detalhes pela primeira vez e questionando o que acontece com as fases na reflexão e transmissão. Para alcançar esse objetivo, primeiro reproduzimos o tratamento padrão encontrado em inúmeros livros didáticos, desenvolvendo no leitor uma consciência das “suposições ocultas”. Tal abordagem nos permite, mais tarde, eliminar essas suposições e desenvolver um tratamento mais abrangente.

Nossa abordagem tem um foco pedagógico mais importante, almejando permitir que alunos entendam que não é possível, *a priori*, definir frequências absolutas em um interferômetro de Fabry-Perot, a menos que se compare suas frequências de ressonância com referências absolutas externas, como uma ressonância atômica. Essa é, de fato, a principal consequência para aplicações experimentais: um interferômetro de Fabry-Perot nunca é referência *absoluta* de frequência, mas pode ser uma excelente referência *relativa*, permitindo que se tenha uma régua que determina diferenças de frequência com muita precisão, essencial para experimentos no contexto de espectroscopia de alta precisão e mesmo sensores ópticos. No entanto, é possível visar consequências também tecnológicas, especialmente em aplicações extremas, quando frequências muito distantes precisam ser comparadas, como em pentes de frequência para aplicações de metrologia.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: primeiro revisamos o tratamento padrão dos interferômetros de FP e as definições básicas relacionadas, destacando e justificando as suposições básicas feitas ao longo do caminho. Em seguida, desenvolvemos o tratamento geral, desvinculando as suposições restritivas e permitindo que a fase adquirida pela luz devido à reflexão em cada espelho seja independente. Certamente existem maneiras mais modernas e atraentes de discutir o problema da cavidade de FP, mas escolhemos seguir

explicitamente o caminho que a maioria dos livros didáticos desenvolve, para que o leitor possa acompanhar o presente manuscrito de forma direta. Finalmente, analisamos as consequências desse tratamento para as propriedades básicas de um ressonador de FP.

2. Tratamento Padrão e Considerações para Incidências Normais

O tratamento de uma cavidade de Fabry-Perot de espelhos planos começa examinando o problema de reflexão e transmissão de ondas em uma única interface.

Suponhamos que este sistema tenha coeficientes de reflexão e transmissão em cada lado (A e B) dados por r_A , r_B , t_A e t_B , respectivamente. Esses coeficientes são os coeficientes de Fresnel [18]. Como explicitado a seguir, tais coeficientes representam a razão entre o campo elétrico refletido (transmitido) e o campo elétrico incidente em uma interface e seu módulo quadrado dá origem à refletividade (transmitância) da superfície, que é a quantidade experimentalmente mensurável. No caso mais geral, os coeficientes de Fresnel são representados por funções complexas da frequência da radiação. Na ausência de absorção na superfície, por exemplo, e com fontes de radiação supostas monocromáticas, que é o caso tratado aqui, eles se reduzem a constantes reais. Posteriormente neste trabalho, tratamos brevemente da dependência espectral. O campo elétrico E da radiação eletromagnética atinge o lado A do sistema óptico, sendo parcialmente refletido e parcialmente transmitido. A porção refletida desse campo elétrico então retorna com amplitude $r_A E$, enquanto a porção transmitida continua a propagação na direção original com amplitude $t_A E$, como ilustrado na Fig. 1a.

Para encontrar uma relação entre os coeficientes de reflexão e transmissão, seguimos a derivação desenvolvida por Stokes [24], fundamentada na conservação da energia, conforme garantido pelo teorema de Noether [25]. Essa conservação está associada à simetria de inversão temporal, da qual decorre o princípio da reversibilidade da luz [26]. Esse princípio assegura que as probabilidades de reflexão e transmissão permanecem as mesmas independentemente do sentido de propagação, garantindo que não haja perda ou criação espontânea de energia. A ideia é ilustrada na Fig. 1b. Neste caso

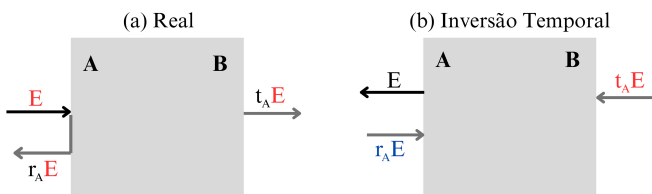


Figura 1: (a) Um sistema óptico sem dissipação com um campo elétrico incidente E , que é parcialmente refletido ($r_A E$) e parcialmente transmitido ($t_A E$). (b) Aplicação da inversão temporal ao sistema óptico de (a).

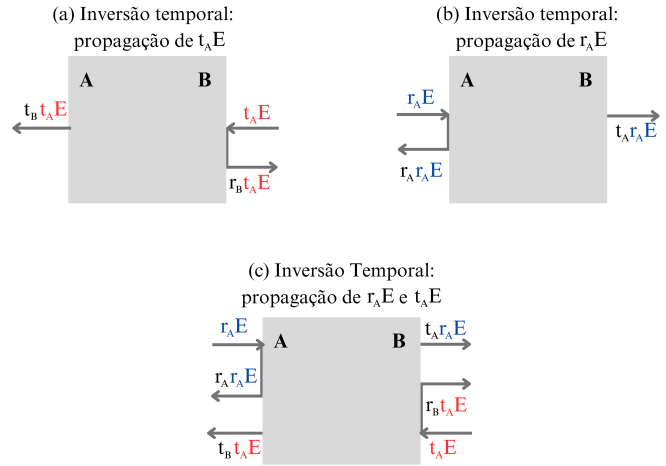


Figura 2: (a) Propagação do campo $t_A E$ da Fig. 1b, mostrando seu campo refletido $r_B t_A E$ e transmitido $t_B t_A E$. (b) Propagação do campo $r_A E$ da Fig. 1b, mostrando seu campo refletido $r_A r_A E$ e transmitido $t_A r_A E$. (c) Ilustração de todos os campos das figuras (a) e (b) que é usada no desenvolvimento matemático do texto.

temos dois feixes de entrada, $t_A E$ (no lado B) e $r_A E$ (no lado A) e apenas um feixe de luz de saída. Os sistemas das Fig. 1a e 1b devem ser equivalentes.

A Fig. 2 detalha a reflexão e transmissão de cada um dos feixes de entrada separadamente. Na Fig. 2a o feixe de luz de entrada $t_A E$ dá origem a um feixe transmitido e um refletido, respectivamente $t_B t_A E$ e $r_B t_A E$. O mesmo vale na Fig. 2b para o feixe de entrada $r_A E$, que dá origem a $r_A r_A E$, $t_A r_A E$, feixes de luz refletido e transmitido. As quatro componentes do campo elétrico, $t_B t_A E$, $r_A r_A E$, $t_A r_A E$, e $r_B t_A E$ são ilustradas na Fig. 2c.

Como o problema deve ser inversível no tempo, da Fig. 2c, tira-se que:

$$t_B t_A E + r_A r_A E = E \Rightarrow t_B t_A + r_A^2 = 1. \quad (1)$$

e

$$r_B t_A E + t_A r_A E = 0 \Rightarrow r_A = -r_B = r_B e^{\pm i\pi}. \quad (2)$$

Essas relações também podem ser derivadas diretamente das equações de Fresnel [15].

Da equação (2) vemos que, em qualquer interface, a fase associada à reflexão de qualquer um dos lados deve diferir em π entre si. De forma mais geral, se o deslocamento de fase na reflexão da interface $1 \rightarrow 2$ for $\phi_{1 \rightarrow 2}$, o deslocamento de fase na reflexão da interface $2 \rightarrow 1$ deve ser $\phi_{2 \rightarrow 1} = \phi_{1 \rightarrow 2} \pm \pi$.

Como os espelhos da cavidade **são considerados superfícies únicas**, as condições de contorno dos campos eletromagnéticos [7, 23] impõem que nenhuma fase seja adquirida na transmissão através de uma superfície não absorvente, o que significa que t_A e t_B são puramente reais e positivos ($t_A = |t_A|$, $t_B = |t_B|$). Adicionalmente, a conservação de energia implica que

$$|r_i|^2 + |t_i|^2 = 1, \text{ com } i = A, B. \quad (3)$$

Veja que aqui supomos explicitamente que não há absorção no sistema, o que alteraria as equações acima. A adição de efeitos dissipativos é uma possível extensão do tratamento dado aqui, mas foge do contexto que desejamos tratar.

Podemos concluir então que, *com essas suposições*,

$$t_A = t_B. \quad (4)$$

Consequentemente, a partir da equação (1), r_A^2 também deve ser puramente real. Assim, neste caso, a fase na reflexão [27] deve ser 0 ou π . Esta é a origem do deslocamento de fase que só pode assumir dois valores, dado pela reflexão. Em qualquer caso, o tratamento de um único espelho acima ainda não justifica **ambos** os espelhos impondo a mesma fase, uma vez que toda a análise está restrita a um único espelho.

Agora, voltamos nossa atenção para revisar o tratamento nos livros didáticos do campo *dentro* da cavidade e as condições para que sua frequência corresponda a uma frequência ressonante do Fabry-Perot.

Assumimos um interferômetro de FP como ilustrado na Fig. 3: os espelhos 1 e 2 estão separados por uma distância L e têm refletividade real r_1 e r_2 em suas superfícies internas e transmissividade real t_1 e t_2 respectivamente, com $r_j^2 + t_j^2 = 1$ em ambas as direções. A partir da derivação anterior, as refletividades em suas superfícies externas, pelo princípio de Stokes, são $-r_1$ e $-r_2$.

A onda incidente E_i é parcialmente refletida pelo Espelho 1 e parcialmente transmitida através do espelho para o interior da cavidade. Ao longo da propagação do espelho 1 para o espelho 2, a onda adquire uma *fase de propagação* dada por $\frac{2\pi}{\lambda}L$, onde λ é o comprimento de onda da luz propagante.

Ao chegar ao espelho 2, a onda é então parcialmente transmitida, saindo da cavidade, e parcialmente

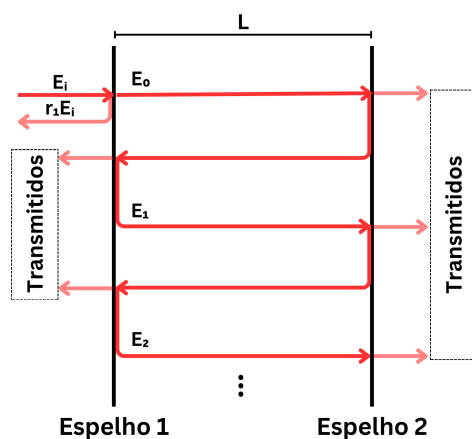


Figura 3: Representação de uma cavidade de Fabry-Perot típica: dois espelhos paralelos separados por uma distância L . Mostramos o campo incidente E_i e os campos refletidos e transmitidos. E_0 , E_1 e E_2 representam o campo circulante imediatamente após a entrada da luz e após uma e duas viagens completas de ida e volta, respectivamente.

refletida, retornando à cavidade. Mais uma vez, há uma fase de propagação $\frac{2\pi}{\lambda}L$ acumulada até que seja parcialmente transmitida e parcialmente refletida de volta para a cavidade pelo espelho 1, completando uma viagem de ida e volta.

Se a fase total acumulada após uma viagem de ida e volta for exatamente um múltiplo inteiro de 2π , a interferência entre os feixes incidentes e reciclados será construtiva e uma onda estacionária será formada dentro da cavidade. **Esta é a condição de ressonância.** Por outro lado, se a fase após cada viagem de ida e volta for diferente de $m \times 2\pi$ (onde $m \in \mathbb{Z}$), haverá interferência destrutiva, levando a um amortecimento desse modo longitudinal dentro da cavidade.

Observe que, no *tratamento padrão*, as fases que a luz ganha ao refletir nas superfícies internas dos espelhos da cavidade são **arbitrariamente** consideradas iguais e ambas zero. Neste caso, o deslocamento de fase após cada viagem de ida e volta é apenas devido à fase de propagação como:

$$\phi_{2L} = 2 \times \frac{2\pi}{\lambda}L = \frac{4\pi L}{\lambda}. \quad (5)$$

Já que $\Delta\phi = 2m\pi$ para ressonância, isso implica que:

$$L = \frac{m\lambda}{2}, \quad (6)$$

que é a condição ressonante bem conhecida para ondas dentro de uma cavidade e dá suporte à afirmação de senso comum de que os modos ressonantes são aqueles para os quais “um número inteiro de meios comprimentos de onda se encaixa dentro da cavidade”.

A partir da equação (6), pode-se imediatamente derivar as frequências angulares ressonantes ($\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$).

$$\omega_m = \frac{m\pi c}{L}, \quad (7)$$

onde c é a velocidade da luz. A separação espectral de frequências consecutivas que são ressonantes na cavidade é definida como a faixa espectral livre do Fabry-Perot, referenciada ao longo deste texto pelo seu acrônimo em inglês FSR (de *Free Spectral Range*).

$$\text{FSR} = \frac{\omega_m}{2\pi} - \frac{\omega_{m-1}}{2\pi} = \frac{c}{2L}. \quad (8)$$

O FSR define a periodicidade das ressonâncias e está diretamente ligado à capacidade do interferômetro de discriminar diferentes frequências.

Pode-se desenvolver um tratamento mais quantitativo calculando o campo circulante dentro da cavidade. O campo circulante E_N após N viagens completas de ida e volta na cavidade é dado por:

$$\begin{aligned} E_0 &= E_i t_1 \\ E_1 &= E_i t_1 r_2 r_1 e^{-i\phi_{2L}} \\ &\vdots \\ E_N &= E_i t_1 (r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}})^N, \quad N = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (9)$$

com $\phi_{2L} = 4\pi L/\lambda = 2\omega L/c$.

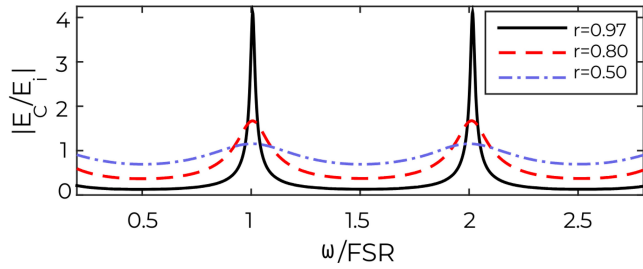


Figura 4: Ilustração do comportamento da equação (10) para diversos valores da refletividade dos espelhos com $r_1 = r_2 = r$, como função da frequência do campo elétrico em unidades da faixa espectral livre, FSR, como definida no texto.

O campo elétrico circulante total E_C é a soma de todas as componentes circulantes E_N :

$$E_C = \sum_{N=0}^{\infty} E_N = E_i t_1 \sum_{N=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}})^N$$

$$E_C = E_i \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}}}$$

$$\frac{E_C}{E_i} = \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i(2\omega L)}}. \quad (10)$$

A magnitude de $\frac{E_C}{E_i}$ está ilustrada como função de ω para diferentes valores de r_1 e r_2 na Fig. 4.

Uma vez obtido o campo circulante no interior da cavidade, podemos escrever a intensidade I_C como o quadrado da amplitude do campo circulante. Uma vez que r_1 , r_2 , t_1 e t_2 são puramente reais, obtém-se:

$$I_C(\phi_{2L}) = |E_C|^2 = E_C^* E_C$$

$$= \frac{|E_i|^2 t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2(\phi_{2L}/2)}. \quad (11)$$

As ressonâncias na cavidade acontecem quando I_C é máxima, o que ocorre para $\sin^2(\phi_{2L}/2) = 0$, logo,

$$\phi_{2L}^{\text{res}} = 2m\pi. \quad (12)$$

Este resultado corresponde à conclusão obtida através da argumentação mais qualitativa apresentada anteriormente: a FSR angular, que é a diferença entre uma fase total de ida e volta de ressonâncias consecutivas, é igual a 2π .

O campo que calculamos no tratamento acima, E_C , está dentro da cavidade. Os campos que podem ser efetivamente sondados são os campos refletidos e transmitidos pela cavidade de Fabry-Perot, respectivamente E_R e E_T . Um tratamento similar ao realizado aqui permite calculá-los como

$$E_R = E_0 \frac{-r_1 + r_2 e^{-i\phi_{2L}}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}}} \quad (13)$$

e

$$E_T = E_0 \frac{t_1 t_2 e^{-i\phi_{2L}/2}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}}}. \quad (14)$$

de onde é possível obter as respectivas intensidades e exatamente as mesmas condições de frequências ressonantes.

Para muitas aplicações físicas, é desejado ter picos de ressonância facilmente distinguíveis uns dos outros, ou seja, deseja-se que a distância entre picos consecutivos seja muito maior do que a largura dos picos. Dá-se o nome de *Finesse* de uma cavidade à medida de quão distinguíveis são entre si dois picos de frequências de ressonância consecutivos de uma cavidade, medidos de forma similar ao mostrado na Fig. 4 como detalhado a seguir.

A finesse da cavidade, denotada por $\mathcal{F}$, pode ser entendida como a resolução espectral da cavidade de Fabry-Perot. Pode ser definida como a razão entre a FSR e a largura total na metade do máximo, denotada pelo seu acrônimo em inglês FWHM, de *Full Width at Half Maximum*, das ressonâncias internas. A FWHM angular pode ser calculada como $2\delta\phi$, onde $I_C(\phi_{2L}^{\text{res}} + \delta\phi) = I_C(\phi_{2L}^{\text{res}})/2$. Podemos usar qualquer ϕ_{2L}^{res} definido na equação (12), então, por simplicidade, escolhemos $m = 0$. Agora resolvemos a equação.

$$I_C(\delta\phi) = \frac{I_C(0)}{2}$$

$$= \frac{|E_i|^2 t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2 + 4r_1 r_2 \sin^2(\delta\phi/2)} \quad (15)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{|E_i|^2 t_1^2}{(1 - r_1 r_2)^2},$$

de onde obtemos

$$\delta\phi = 2 \arcsin\left(\frac{1 - r_1 r_2}{2\sqrt{r_1 r_2}}\right). \quad (16)$$

Se assumirmos $r_1 r_2 \approx 1$ (ambos espelhos possuem alta reflexividade), podemos fazer a seguinte aproximação¹

$$\delta\phi \approx \frac{1 - r_1 r_2}{\sqrt{r_1 r_2}}, \quad (17)$$

e por fim, a finesse

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR Angular}}{2\delta\phi} = \frac{2\pi}{2\delta\phi} \approx \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}. \quad (18)$$

Espelhos de superfície única (modelo utilizado nesse tratamento) têm sua refletividade prevista pelas equações de Fresnel [15], e, portanto, limitada pela diferença dos índices de refração dos meios que definem a superfície. Para superfícies entre vidros típicos e ar, sob incidência normal à superfície, os valores de $r_1 r_2$ estão em torno de $\sim 0,04$ e tal cavidade teria uma finesse muito baixa.

¹ Por Taylor:

$$\arcsin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\arcsin^{(n)}(0)}{n!} x^n = 0 + \frac{1}{1!}x + \frac{0}{2!}x^2 + \mathcal{O}(x^3) \approx x.$$

Interferômetros de FP do mundo real geralmente utilizam espelhos dielétricos multicamadas, onde as camadas são especificamente projetadas para gerar alta refletividade em comprimentos de onda escolhidos. Esses espelhos não podem ser tratados como elementos de superfície única, pois a relação de fase entre as ondas incidentes e refletidas pode ser qualquer uma. Além disso, como têm uma espessura finita e a onda transmitida é a soma — ou interferência — entre múltiplas reflexões entre as camadas, as ondas transmitidas também podem adquirir uma fase arbitrária.

Na próxima seção, resolveremos o mesmo problema que propusemos aqui, com os efeitos incluídos de deslocamentos de fase arbitrários na reflexão e na transmissão, e recalcularemos as frequências de ressonância, a FSR e a finesse neste caso geral.

3. Desvinculando a Mudança de Fase Devido às Reflexões Internas

Como vimos na seção anterior, o tratamento padrão introduz artificialmente algumas limitações ao comportamento da onda eletromagnética quando atinge os espelhos do interferômetro de Fabry-Perot. Aquele tratamento, comum de livros de texto impõe implicitamente que o deslocamento de fase devido à reflexão em cada espelho é o mesmo e identicamente zero. Além disso, os espelhos são tratados como elementos de superfície única, implicando que nenhuma fase é adquirida durante a transmissão. Naturalmente, estas limitações não são erradas, mas apenas um caso muito particular de uma situação muito mais geral que tratamos neste trabalho.

Isto leva a possibilidades muito limitadas.

Não há razão física para que os deslocamentos de fase dados a uma onda incidente por dois espelhos completamente independentes sejam exatamente os mesmos. Como exercício, no entanto, vamos assumir que esse seja o caso, ou seja, que as reflexões internas de fato não acrescentam nenhum deslocamento de fase à onda propagante, mas isso significa que ambas as superfícies reflexivas externas adicionam um deslocamento de fase $\Delta\phi = \pi$ como consequência direta da equação (2). Se simplesmente girarmos um dos espelhos sem qualquer outra alteração na cavidade, especialmente em seu comprimento L , as frequências ressonantes não serão mais aquelas que satisfazem $L = m\lambda/2$.

Nesta seção, iremos então “desamarrar” os espelhos e permitir que a reflexão e a transmissão em cada um adicionem uma fase arbitrária à onda dentro da cavidade. Fazemos isso considerando coeficientes de refletividade e transmitividade complexos r_j e t_j e fazendo $r_j \rightarrow |r_j| e^{-i\rho_j}$ e $t_j \rightarrow |t_j| e^{-i\theta_j}$, onde ρ_i e θ_i são o deslocamento de fase dado à onda durante a reflexão e transmissão no espelho j , respectivamente. Na situação mais geral $-\pi \leq \rho_i, \theta_i \leq \pi$.

A origem física dessas fases reside nas propriedades específicas da superfície do espelho. O caso mais simples é uma superfície dielétrica ou metálica com permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ dadas, que governam o comportamento do campo eletromagnético ao atingir a superfície e, em última instância, a fase impressa na reflexão e transmissão [28]. O caso de maior interesse geral é a superfície do espelho estar coberta por uma pilha de camadas de materiais dielétricos. Os campos refletidos e transmitidos resultantes e as fases associadas ρ_i e θ_i são o resultado da interferência de campos elétricos provenientes das múltiplas reflexões em todas as camadas presentes na superfície [29, 30]. De fato, uma combinação inteligente de materiais dielétricos permite várias aplicações práticas na óptica moderna, como revestimentos antirreflexo, encontrados em óculos ou lentes de câmeras, revestimentos para um ou poucos comprimentos de onda específicos com refletividades e/ou transmitâncias extremamente altas, como em filtros ópticos. Os detalhes específicos dessas pilhas de múltiplas camadas estão além do escopo do presente trabalho, e o leitor interessado encontrará discussões detalhadas do tópico em vários livros-texto [31, 32]. De fato, o estudo da propagação de ondas em ambientes multicamadas ainda é um tópico moderno de pesquisa, tanto na óptica [33, 34], como em vários outros campos, como o mapeamento sísmico do solo subterrâneo [35].

Para generalizar o tratamento de FP, precisamos primeiro expandir nossa consideração sobre as relações de amplitude e fase desenvolvidas na Seção 2 por meio do princípio de invariância por inversão temporal. Aqui, consideramos o princípio de conservação de energia, que é equivalente à invariância por inversão temporal, de um caso ligeiramente diferente, ilustrado na Fig. 5.

Neste caso, dois feixes de luz incidentes com campos elétricos E_1 e E_2 estão entrando em um sistema óptico através de seus lados A e B , respectivamente. Novamente, assume-se que o sistema óptico seja qualquer sistema que não absorva energia, de modo que o fluxo

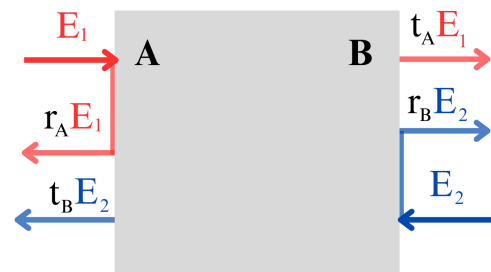


Figura 5: Semelhante à Fig. 2: um sistema óptico sem dissipação, mas com dois campos elétricos incidentes E_1 e E_2 e respectivos campos transmitidos e refletidos. Em vermelho os campos refletido ($r_A E_1$) e transmitido ($t_A E_1$) do campo E_1 e em azul os campos refletido ($r_B E_2$) e transmitido ($t_B E_2$) do campo E_2 .

de energia através de uma superfície fechada contendo o sistema deve ser zero. Isso é equivalente a dizer que

$$\begin{aligned} |E_1|^2 + |E_2|^2 &= |r_A E_1 + t_B E_2|^2 + |t_A E_1 + r_B E_2|^2 \\ &= (r_A E_1 + t_B E_2)^*(r_A E_1 + t_B E_2) \\ &\quad + (t_A E_1 + r_B E_2)^*(t_A E_1 + r_B E_2) \end{aligned} \quad (19)$$

ou

$$\begin{aligned} &(|r_A|^2 + |t_A|^2 - 1)|E_1|^2 + (|r_B|^2 + |t_B|^2 - 1)|E_2|^2 \\ &+ [(r_A t_B^* + r_B^* t_A) E_1 E_2^* + c.c.] = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

onde $c.c.$ é o complexo conjugado dos termos anteriores.

Esta equação é válida para qualquer E_1 e E_2 , então

$$|r_A|^2 + |t_A|^2 = 1, \quad (21)$$

$$|r_B|^2 + |t_B|^2 = 1, \quad (22)$$

$$r_A t_B^* + r_B^* t_A = 0. \quad (23)$$

As equações 21 e 22 são declarações simples de conservação de energia. Podemos expandir a equação (23) escrevendo os coeficientes de refletividade e transmissividade complexos em termos de seu módulo e fase da seguinte forma.

$$\begin{aligned} |r_A| e^{-i\rho_A} |t_B| e^{+i\theta_B} + |r_B| e^{+i\rho_B} |t_A| e^{-i\theta_A} &= 0 \\ |r_A| |t_B| e^{+i(\theta_B - \rho_A)} &= -|r_B| |t_A| e^{i(\rho_B - \theta_A)} \\ &= |r_B| |t_A| e^{i(\rho_B - \theta_A \pm \pi)} \end{aligned} \quad (24)$$

de onde podemos concluir que

$$|r_A| |t_B| = |r_B| |t_A| \quad (25)$$

e

$$\theta_B + \theta_A = \rho_B + \rho_A \pm \pi, \quad (26)$$

o que define a relação entre as fases das ondas transmitida e refletida.

Das equações (21), (22) e (25) obtém-se que

$$|r_A| = |r_B| \quad (27)$$

$$|t_A| = |t_B| \quad (28)$$

para *qualquer* sistema óptico não absorvente com apenas dois acessos ópticos.

Agora que derivamos algumas relações importantes entre a refletividade e a transmissividade dos lados de um elemento óptico não absorvente, podemos prosseguir calculando os campos elétricos circulantes internos. Consideramos que cada espelho j tem refletividade $r_j' = |r_j| e^{-i\rho_j'}$ e transmissividade $t_j' = |t_j| e^{-i\theta_j'}$ em suas faces externas, e $r_j = |r_j| e^{-i\rho_j}$ e transmissividade $t_j = |t_j| e^{i\theta_j}$ em seus lados internos. Da equação (2), sabemos que $r_j' = -r_j$, *i.e.* $\rho_j = \rho_j' + \pi$.

De forma semelhante ao procedimento usado para derivar a equação (10), podemos calcular E_C para o caso geral:

$$\begin{aligned} E_C &= E_i \cdot [t_1 + t_1 r_2 r_1 + t_1 (r_2 r_1)^2 + \dots] \cdot e^{-i\phi_{2L}} \\ &= E_i t_1 \sum_{n=0}^{\infty} (r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}})^n = \frac{E_i t_1}{1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}}} \\ &= \frac{E_i |t_1| e^{-i\theta_1}}{1 - |r_1| |r_2| e^{-i(\phi_{2L} + \rho_1 + \rho_2)}}. \end{aligned} \quad (29)$$

Note que o campo elétrico total dentro da cavidade carrega agora uma fase global θ_1 devida à transmissão pelo primeiro espelho. Esta fase global não se mantém no cálculo da intensidade de luz dentro do interferômetro, como mostramos a seguir.

A intensidade circulante pode ser calculada, assim como feito anteriormente, pelo quadrado da intensidade do campo, como:

$$\begin{aligned} I_C &= E_C^* E_C \\ &= |E_i|^2 \frac{t_1^* t_1}{(1 - r_1^* r_2^* e^{i\phi_{2L}})(1 - r_1 r_2 e^{-i\phi_{2L}})} \\ &= \frac{|E_i|^2 |t_1|^2}{1 + |r_1|^2 |r_2|^2 - |r_1| |r_2| [e^{-i(\phi_{2L} + \rho_1 + \rho_2)} + c.c.]} \\ &= \frac{|E_i|^2 |t_1|^2}{(1 - |r_1| |r_2|)^2 + 4 |r_1| |r_2| \sin^2(\phi_{\text{eff}}/2)}, \end{aligned} \quad (30)$$

com $\phi_{\text{eff}} = \phi_{2L} + \rho_1 + \rho_2$.

É evidente que a equação (30) e a equação (11) são exatamente as mesmas com $\phi_{2L} \rightarrow \phi_{\text{eff}}$.

As ressonâncias da cavidade ocorrem em $\sin^2(\phi_{\text{eff}}) = 0$, o que resulta em

$$\phi_{\text{eff}}^{\text{res}} = \phi_{2L}^{\text{res}} + \rho_1 + \rho_2 = 2m\pi. \quad (31)$$

Fazendo $\phi_{2L}^{\text{res}} = 2\omega_m L/c$ e resolvendo para ω_m , obtemos²

$$\omega_m = \frac{c}{2L} [2m\pi - (\rho_1 + \rho_2)]. \quad (32)$$

A consequência imediata é que não há necessidade de um “número inteiro de meios comprimentos de onda” para se ajustar dentro do comprimento L da cavidade. De fato, as frequências ressonantes dependem da soma das fases adquiridas pelo campo de luz ao refletir em cada espelho. A Fig. 6 ilustra a equação (32) para valores variáveis de $\varphi = \rho_1 + \rho_2$ e $m = 5$. À medida que a fase impressa por reflexão é alterada, do painel superior ao inferior, fica claro que a frequência da luz ressonante com o interferômetro em $m = 5$ se altera continuamente. O efeito da mudança de fase é ilustrado na Figura 6 por uma seta horizontal e uma linha tracejada vertical que indicam a o deslocamento de fase em cada painel oriundo da reflexão nos espelhos.

² A mesma condição pode ser obtida avaliando-se os campos refletido ou transmitido pela cavidade.

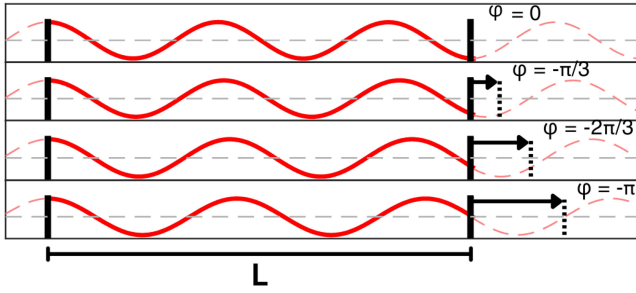


Figura 6: Ilustração da variação de uma frequência ressonante ($m=5$) de um interferômetro de Fabry-Perot à medida que a fase $\varphi = \rho_1 + \rho_2$ impressa durante a reflexão nos espelhos do ressonador é alterada de zero a π . As linhas pretas verticais contínuas são a posição dos espelhos, distantes L um do outro. A seta indica o deslocamento de fase da onda (linha pontilhada vertical) devido à reflexão.

No entanto, como enfatizamos na introdução, as frequências de ressonância absolutas raramente são uma quantidade importante em interferômetros de FP. Seria necessário conseguir controlar L , que geralmente está na ordem de alguns a vários centímetros, até o nível de algumas centenas de nanômetros, para determinar frequências absolutas.

Em vez disso, podemos calcular o FSR:

$$\text{FSR} = \frac{\omega_m}{2\pi} - \frac{\omega_{m-1}}{2\pi} = \frac{c}{2L}, \quad (33)$$

que é idêntico ao resultado obtido sob as suposições da seção anterior. O comportamento das frequências de ressonância e a manutenção do FSR são ilustrados na Fig. 7 como uma função da variação de $\varphi = \rho_1 + \rho_2$. Na Fig. 7 é fácil observar as frequências de ressonância do interferômetro de FP se movendo com a variação da fase mas sua distância relativa mantida constante.

A finesse também pode ser calculada encontrando $\delta\phi$ que satisfaz $I_C(\phi_{\text{eff}}^{\text{res}} + \delta\phi) = I_C(\phi_{\text{eff}}^{\text{res}})/2$. Da equação (31), sabemos que $\phi_{\text{eff}}^{\text{res}} = 2m\pi$, então este problema pode ser reduzido a

$$\begin{aligned} & \frac{|E_i|^2 |t_1|^2}{(1 - |r_1| |r_2|)^2 + 4 |r_1| |r_2| \sin^2 \left(\frac{2m\pi + \delta\phi}{2} \right)} \\ &= \frac{1}{2} \frac{|E_i|^2 |t_1|^2}{(1 - |r_1| |r_2|)^2} \end{aligned} \quad (34)$$

de onde concluímos que

$$\delta\phi = 2 \arcsin \left(\frac{1 - |r_1| |r_2|}{2\sqrt{|r_1| |r_2|}} \right) \approx \frac{1 - |r_1| |r_2|}{\sqrt{|r_1| |r_2|}}. \quad (35)$$

Por fim,

$$\mathcal{F} = \frac{\text{FSR Angular}}{2\delta\phi} = \frac{2\pi}{2\delta\phi} \approx \frac{\pi\sqrt{|r_1| |r_2|}}{1 - |r_1| |r_2|}, \quad (36)$$

que é exatamente igual à equação (18).

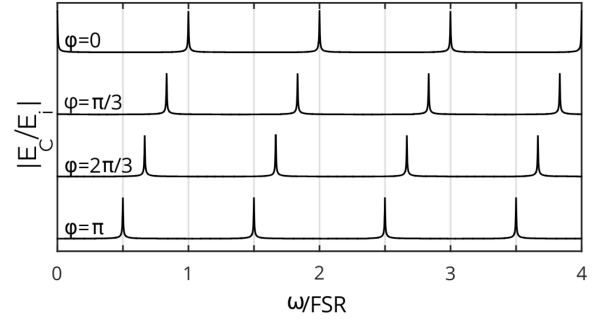


Figura 7: Semelhante à Fig. 4: amplitude do campo interno de um interferômetro de FP à medida que a fase $\varphi = \rho_1 + \rho_2$ impressa durante a reflexão nos espelhos do ressonador é alterada de zero a π na mesma faixa da Fig. 6. As frequências de ressonância ω_m se alteram mantendo constante o FSR do interferômetro.

Em resumo, o tratamento generalizado mostrado acima, embora capaz de liberar o tratamento de um interferômetro de FP das amarras usuais estabelecidas pelos livros didáticos, apenas altera as frequências ressonantes absolutas, mas não afeta as principais características de uma cavidade de FP: seu FSR e finesse. De fato, acreditamos que essa é a razão por trás do uso de um caso muito especial ($\rho_i = 0$) ao tratar interferômetros de FP e não o mais geral, como desenvolvido aqui.

Extensões naturais do desenvolvimento realizado no presente trabalho consistem em suprimir outras simplificações, explícitas e implícitas, tomadas ao longo do tratamento de interferômetros de FP, a fim de avaliar como se comportam as propriedades típicas desse ressonadores, com o FSR e a Finesse. Por exemplo: todo tratamento acima foi feito para uma única frequência ω da luz acoplada à cavidade de FP. No entanto, apesar de ser uma situação comum, essa aproximação monocromática não é a única situação possível. Luz advinda de lasers que produzem pulsos ultra-curtos no tempo são compostas, por exemplo, por uma faixa bastante larga de frequências, muitas vezes em um espectro que, além de incluir as frequência de luz visível, se expande além do infravermelho e do ultravioleta por algumas centenas de nanômetros. O laser de diodo é um outro bom exemplo de luz não-monocromática, onde a frequência central do laser é acompanhada de um largo espectro de emissão espontânea. Nestes casos, é preciso considerar não apenas a refletividade dos espelhos mas sua dependência com a frequência ω da luz.

Espelhos reais têm refletividades r que não são apenas finitas (como desenvolvido neste manuscrito), mas também com um perfil de dispersão, *i.e.* $r = r(\omega)$. De fato, um campo tecnológico ativo em óptica [33, 36, 37] é desenvolver espelhos com $\frac{\partial r}{\partial \omega} \rightarrow 0$.

Como ilustração, para tratar este caso, consideramos um limite para FSR pequeno, *i.e.*

$$r(\omega \pm \text{FSR}) \approx r(\omega) \pm \frac{\partial r}{\partial \omega} \text{FSR}$$

$$r(\omega_{m\pm 1}) - r(\omega_m) = \pm \frac{\partial r}{\partial \omega} \text{FSR}, \quad (37)$$

onde usamos que

$$\omega_m \pm \text{FSR} = \omega_{m\pm 1}. \quad (38)$$

Esse limite é bastante razoável para casos reais uma vez que a refletividade de espelhos reais é normalmente ajustada para um comprimento de onda específico e se mantém aproximadamente constante numa faixa larga, de muitas dezenas ou mesmo centenas de nanômetros em torno do comprimento de onda central [38, 39], enquanto o FSR está normalmente restrito a algumas dezenas de gigahertz. Neste caso estamos considerando que $r_j(\omega) = |r_j(\omega)| e^{-i\rho_j(\omega)} \approx |r_j| e^{-i\rho_j(\omega)}$.

Sabemos que a condição de ressonância é dada por

$$\frac{2\omega_m L}{c} - \rho_1 - \rho_2 = 2m\pi \quad (39)$$

implicando em que

$$\omega_m = \frac{c}{2L} [2m\pi + \rho_1(\omega) + \rho_2(\omega)]. \quad (40)$$

A FSR é dada por

$$\begin{aligned} \text{FSR} &= \omega_{m+1} - \omega_m \\ \text{FSR} &= \frac{c}{2L} [2(m+1)\pi + \rho_1(\omega_{m+1}) + \rho_2(\omega_{m+1}) \\ &\quad - 2m\pi - \rho_1(\omega_m) - \rho_2(\omega_m)] \\ \frac{2L}{c} \text{FSR} &= 2\pi - \frac{\partial \rho_1}{\partial \omega} \text{FSR} - \frac{\partial \rho_2}{\partial \omega} \text{FSR} \\ \text{FSR} &= \frac{2\pi}{\frac{2L}{c} + \frac{\partial \rho_1}{\partial \omega} + \frac{\partial \rho_2}{\partial \omega}} \end{aligned} \quad (41)$$

O que nos leva à expressão final que mostra que, para espelhos reais, com dependência espectral de sua refletividade, o FSR diminui à medida que a dependência espectral das refletividades aumenta.

$$\text{FSR} = \left[\frac{2L}{c} + \frac{\partial \rho_1}{\partial \omega} + \frac{\partial \rho_2}{\partial \omega} \right]^{-1} \quad (42)$$

Dessa forma, um aumento na dependência espectral das refletividades fará com que a cavidade de Fabry-Perot **suporte mais modos ressonantes em uma mesma faixa de frequência**, resultando em uma separação menor entre eles e possivelmente uma mudança do fator de qualidade da cavidade. Isso pode ser vantajoso para certas aplicações, como filtros de alta seletividade, mas também pode dificultar a separação de modos individuais em espectroscopia.

As referências [33, 36, 37] são alguns exemplos de caracterização de espelhos de baixíssima dispersão, ou seja $\frac{\partial \rho}{\partial \omega} \rightarrow 0$ para utilização em espectroscopia [33] ou em aplicações de pulsos ultracurtos [36, 37] para medidas de precisão. Em especial a referência [33] compara a dispersão de um espelho especial com um espelho convencional na faixa de comprimento de onda $\lambda = 3 - 5 \mu\text{m}$. Nessa

faixa o espelho convencional apresenta uma dispersão estimada de $\frac{\partial \rho}{\partial \omega} \approx 0,02 \frac{\text{rad}}{\text{THz}}$ o que resulta em um aumento do FSR por um fator de cerca de 5,5. Já a referência [36] mostra uma aplicação para laser ultracurtos onde o FSR diminui de cerca de 140 MHz em relação ao valor central de 1 GHz, quando o comprimento de onda da radiação muda de cerca de $\pm 40 \text{ nm}$ em torno de 800 nm.

É possível ainda estimar a finesse do interferômetro de FP. Nesse caso, como supusemos $\frac{\partial r_j}{\partial \omega}$ pequeno, a Eq. 35 ainda é válida, de forma que:

$$FWHM = 2\delta\phi \approx 2 \cdot \frac{1 - |r_1||r_2|}{\sqrt{|r_1||r_2|}}. \quad (43)$$

Logo,

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\text{FSR Angular}}{FWHM} \\ &\approx \frac{\pi \sqrt{|r_1||r_2|}}{\left[1 + \frac{c}{2L} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial \omega} + \frac{\partial \rho_2}{\partial \omega} \right) \right] [1 - |r_1||r_2|]}. \end{aligned} \quad (44)$$

Este é apenas um exemplo de várias outras simplificações que podem ser removidas do problema tratado aqui, mas que fogem do escopo do presente trabalho. Pode-se, por exemplo, considerar que os espelhos têm algum grau de absorção da luz, ou que o meio interno ao ressonador de FP tem índice de refração diverso do meio externo ou ainda correções de mais ordem às aproximações realizadas. Naturalmente, cada simplificação levantada atende condições específicas e gera consequências próprias.

Como pode ser visto na Tabela 1, a escolha do tratamento impacta significativamente os valores das frequências de ressonância. Já a faixa espectral livre (FSR) e a finesse permanecem os mesmos nos dois primeiros tratamentos, mas diferem no terceiro devido à sua dependência espectral. Isso mostra como as suposições feitas no tratamento tradicional, amplamente utilizado nos livros didáticos, simplificam o problema de forma considerável, levando a resultados que podem não representar adequadamente a realidade.

Em experimentos reais, esse desvio nas frequências de ressonância pode afetar a calibração de dispositivos ópticos e a interpretação de medições espectroscópicas, especialmente em configurações que exigem alta precisão na determinação dessas frequências.

4. Conclusão

Em resumo, reproduzimos o tratamento padrão em livros didáticos dos interferômetros Fabry-Perot com um foco especial em enfatizar a ausência, nesses tratamentos, de qualquer menção ao deslocamento de fase generalizado dado pelos espelhos durante a reflexão. Em seguida, retiramos essas suposições simplificadoras para mostrar que, como na maioria dos sistemas físicos, a adição de uma fase global não altera a saída física do sistema. Mostramos que, de fato, quantidades

Tabela 1: Comparação entre tratamentos convencional e generalizados: A tabela sumariza os resultados deste trabalho e apresenta as frequências de ressonância, a faixa espectral livre (FSR) e a finesse para três abordagens: o tratamento tradicional, a abordagem com fases de reflexão arbitrárias e a abordagem em que essas fases são dependentes da frequência. Essa comparação evidencia as diferenças conceituais e matemáticas entre os modelos.

	Tratamento Tradicional	Fases de reflexão arbitrárias	Fases com dependência espectral
Frequências de Ressonância (ω_m)	Fixas pelo tamanho da cavidade: $\omega_m = \frac{m\pi c}{L}$	Funções das fases de reflexão: $\omega_m = \omega_m(\rho_1, \rho_2)$ $= \frac{c}{2L}[2m\pi - (\rho_1 + \rho_2)]$	Funções implícitas da frequência: $\omega_m = \omega_m(\rho_1(\omega), \rho_2(\omega))$ $= \frac{c}{2L}[2m\pi + \rho_1(\omega) + \rho_2(\omega)]$
FSR ($\omega_{m+1} - \omega_m$)	$\frac{c}{2L}$	$\frac{c}{2L}$	$\left[\frac{2L}{c} + \frac{\partial \rho_1}{\partial \omega} + \frac{\partial \rho_2}{\partial \omega}\right]^{-1}$
Finesse	$\frac{\pi \sqrt{ r_1 r_2 }}{1 - r_1 r_2 }$	$\frac{\pi \sqrt{ r_1 r_2 }}{1 - r_1 r_2 }$	$\frac{\pi \sqrt{ r_1 r_2 }}{\left[1 + \frac{c}{2L} \left(\frac{\partial \rho_1}{\partial \omega} + \frac{\partial \rho_2}{\partial \omega}\right)\right][1 - r_1 r_2]}$

mensuráveis como FSR ou finesse do ressonador de FP não são afetadas pela adição de um deslocamento de fase de reflexão arbitrário. Também mostramos que os comprimentos de onda que se ajustam na cavidade de FP mais generalizada não são mais definidos apenas pela separação dos espelhos (ou seja, $L = \frac{m\lambda}{2}$), mas sim dependem dos deslocamentos de fase específicos impostos pelas reflexões internas. Mostramos também que se a fase arbitrária adicionada pelos espelhos for dependente da frequência da radiação eletromagnética, mesmo que com uma dependência pequena, então nem mesmo a Finesse e o FSR do interferômetro de FP se mantêm constantes. Como discutido ao longo do texto, há diversas implicações importantes para aplicações tecnológicas e científicas reais.

Esse resultado quebra a interpretação comum que um aluno novato pode adquirir, de que uma cavidade de FP é um medidor de frequência absoluto. De fato, um interferômetro de FP não pode ser usado como um medidor de frequência absoluto, mas apenas como um padrão de frequência relativa. Para medir frequências absolutas, deve-se necessariamente compará-lo a uma referência absoluta, como um padrão de espectroscopia atômica.

Agradecimentos

Este trabalho recebe suporte do Centro de Pesquisa em Óptica e Fotônica, processo FAPESP 2013/07276-1, C.C.R. Lima agradece apoio FAPESP 2024/13833-5. Agradecemos a Ramon Rosa e Gabriel Tortorelli pela colaboração nas primeiras fases desse projeto.

Referências

[1] J. Aasi, B.P. Abbott, R. Abbott, T. Abbott, M.R. Abernathy, K. Ackley, C. Adams, T. Adams, P. Addesso, R.X. Adhikari et al., *Classical and Quantum Gravity* **32**, 074001, (2015).

[2] P. Addesso, R.X. Adhikari, V.B. Adya, C. Affeldt, M. Agathos, K. Agatsuma, N. Aggarwal, O.D. Aguiar, L. Aiello, A. Ain et al., *Physical Review Letters* **116**, 061102 (2016).

[3] D.J. D’Orazio, M.J. Pearson, J.T. Schultz, D. Sidor, M.W. Best, K.M. Goodfellow, R.E. Scholten e J.D. White, *American Journal of Physics* **78**, 524 (2010).

[4] T. Moses, M. Wolak, F. Chandurwala e T. Shaw, *American Journal of Physics* **83**, 656 (2015).

[5] W.B. Tapsoba, *The impact of health insurance on health care utilization and outcomes: Evidence from Ghana*. Tese de Doutorado, University of Cape Town, Cape Town (2015).

[6] J. Wu, T. Moein, X. Xu, G. Ren, A. Mitchell e D.J. Moss, *APL Photonics* **2**, 056103 (2017).

[7] W. Nagourney, *Quantum Electronics for Atomic Physics and Telecommunication* (Oxford University Press, Oxford, 2014).

[8] G.W. Chantry, *Journal of Physics E: Scientific Instruments* **15**, 3 (1982).

[9] A. Perot e C. Fabry, *The Astrophysical Journal* **9**, 87 (1899).

[10] J.C. Amato, R.E. Williams e H. Helm, *American Journal of Physics* **59** (11), 992 (1991).

[11] C.D. Fletcher e C. Orzel, *American Journal of Physics* **73**, 1135 (2005).

[12] T.T. Grove, *American Journal of Physics* **71**, 184 (2003).

[13] R.A. Boyd, J.L. Bliss e K.G. Libbrecht, *American Journal of Physics* **64**, 1109 (1996).

[14] W.A. Hilton, *American Journal of Physics* **30**, 724 (1962).

[15] E. Hecht, *Optics* (Addison-Wesley, San Francisco, 2002).

[16] A.S. Villar, *American Journal of Physics* **76**, 922 (2008).

[17] D.J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice Hall, New Jersey, 1999).

[18] J.R. Reitz, F.J. Milford e R.W. Christy, *Foundations of Electromagnetic Theory* (Addison-Wesley Publishing Company, Reading, 2008).

[19] J.A. Davis, M. del M. Sánchez-López, J. Arias, M. Navarro e I. Moreno, *Applied Optics* **46**, 3075 (2007).

[20] N. Ismail, C.C. Kores, D. Geskus e M. Pollnau, *Optics Express* **24**, 16366 (2016).

- [21] J.J. Monzón e L.L. Sánchez-Soto, *European Journal of Physics* **36**, 045021 (2015).
- [22] L.L. Sánchez-Soto, J.J. Monzón e G. Leuchs, *European Journal of Physics* **37**, 064001 (2016).
- [23] O.S. Heavens, *Optical Properties of Thin Solid Films* (Dover Publications, New York, 1955).
- [24] A.I. Mahan, *Journal of the Optical Society of America* **33**, 621 (1943).
- [25] E. Noether, *Transport Theory and Statistical Physics* **1**, 186 (1971).
- [26] H. Goldstein, C.P. Poole e J.L. Safko, *Classical Mechanics* (Addison-Wesley, San Francisco, 2002).
- [27] J.M. Bennett, *Journal of the Optical Society of America* **54**, 612 (1964).
- [28] J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1999).
- [29] M.W. Hamilton, *American Journal of Physics* **68**, 186 (2000).
- [30] J.F. Lodenquai, *American Journal of Physics* **59**, 248 (1991).
- [31] J.A. Kong, *Electromagnetic Wave Theory* (Wiley, Cambridge, 1986).
- [32] P. Yeh, *Optical Waves in Layered Media* (Wiley, Cambridge, 2005).
- [33] S.L. Mielke, R.E. Ryan, T. Hilgeman, L. Lesyna, R.G. Madonna e W.C. Van Nostrand, *Applied Optics* **36**, 8139 (1997).
- [34] N. Nasimuddin, P. Imperatore, A. Iodice, M. Pastorino e N. Piniel, *International Journal of Antennas and Propagation* **2017**, 7513239 (2017).
- [35] N. Rawlinson e M. Sambridge, *Geophysics* **69**, 1338 (2004).
- [36] M.J. Thorpe, R. Jason Jones, K.D. Moll, J. Ye e R. Lalezari, *Opt. Express* **13**, 882 (2005).
- [37] R.G. DeVoe, C. Fabre, K. Jungmann, J. Hoffnagle e R.G. Brewer, *Phys. Rev. A* **37**, 1802 (1988).
- [38] THORLABS, *Supermirrors*, disponível em: https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_ID=14069, acessado em 26/02/2025.
- [39] THORLABS, *Divisores Ópticos de placa banda larga, UV Sílica Fundida (Revestimento: 400–700 nm)*, disponível em: https://www.thorlabs.us/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=4807, acessado em 26/02/2025.